

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DI ROTAZIONE ALLE DIFFERENTI LATITUDINI

Se consideriamo la Terra con forma sferica possiamo calcolare facilmente la velocità di rotazione alle differenti latitudini.

La velocità è lo spazio percorso in un dato tempo; la possiamo quindi ottenere calcolando il rapporto fra spazio e tempo: $v = s/t$.

Il tempo che prendiamo in considerazione è il tempo di una rotazione completa della Terra, che prende il nome di giorno sidereo: $d_{sid} = 23 \text{ ore (h) } 56' 04''$.

Lo spazio percorso in tale tempo sarà una circonferenza, la cui lunghezza dipenderà dal raggio della stessa: $2\pi r$.

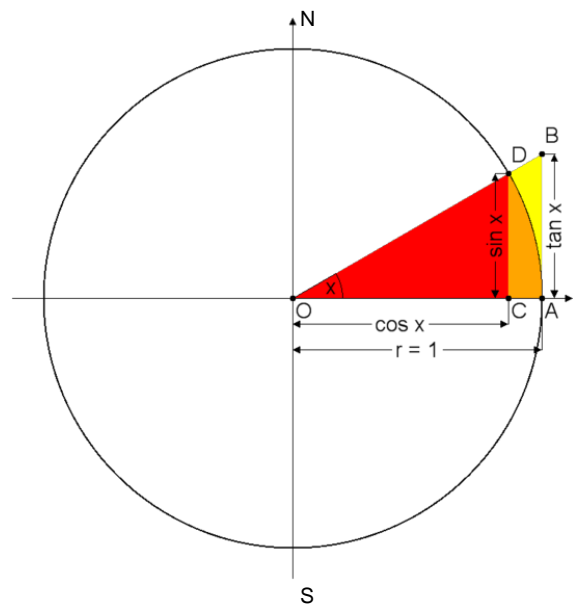
Le circonferenze che prendiamo in considerazione sono di fatto corrispondenti ai paralleli del reticolato geografico. Tutte queste circonferenze presentano il loro centro sull'asse di rotazione della Terra. Pertanto il raggio delle singole circonferenze corrisponderà alla distanza dei punti sulla superficie terrestre dall'asse di rotazione.

Come ottenere la distanza di un punto dall'asse di rotazione? Per i punti che si trovano all'equatore non ci sono difficoltà: la distanza dall'asse corrisponde al raggio della Terra, cioè si ha $r_{eq} = 6378 \text{ km}$. Se si considera invece che la Terra non è proprio sferica si ottiene una distanza media dal centro della Terra $r_m = 6371 \text{ km}$.

Ma abbiamo detto che ci serve, per ogni punto della superficie, la distanza dall'asse di rotazione. Tale distanza può essere ottenuta moltiplicando il raggio (per comodità scegliamo il raggio medio) per un valore che dipenderà dalla latitudine del punto preso in considerazione. La latitudine è la distanza angolare (espressa in gradi, primi e secondi) di un punto della superficie dalla linea dell'equatore. Pertanto tutti i punti dell'equatore saranno a latitudine = $0^\circ 0' 0''$. Spostandosi verso il polo Nord la latitudine aumenta fino ad essere 90° N . Simmetricamente, spostandosi verso sud dall'equatore si passerà a valori sempre più alti fino ai 90° S , corrispondenti al polo Sud.

Come detto in precedenza la distanza di un punto dell'equatore dall'asse ha lo stesso valore del raggio terrestre, mentre ai poli la distanza è nulla. Per tutti i punti intermedi la distanza dall'asse corrisponde alla proiezione sul piano equatoriale della linea che congiunge il punto al centro della Terra: osservando la figura immaginiamo che il cerchio disegnato rappresenti una sezione della Terra, O sia il centro della Terra, i punti N e S i due poli, A un punto qualsiasi sull'equatore, D un punto a latitudine x ; OC sarà quindi la proiezione di OD sul raggio OA. Il rapporto fra OC e OA prende il nome di coseno dell'angolo x ($\cos x$): se moltiplichiamo questo rapporto (che dipende strettamente dall'angolo x , che per noi è la latitudine del punto D) con il raggio della Terra otteniamo la distanza di D dall'asse terrestre, cioè il raggio della circonferenza (parallelo) che ci interessa.

I valori del coseno dei vari angoli si possono ricavare da semplici tabelle, come quella che si riporta di seguito.



COSENO DEGLI ANGOLI DA 0° A 90°

| Angolo x | cos x |
|----------|--------|
| 0° | 1,0000 |
| 1° | 0,9998 |
| 2° | 0,9994 |
| 3° | 0,9986 |
| 4° | 0,9976 |
| 5° | 0,9962 |
| 6° | 0,9945 |
| 7° | 0,9925 |
| 8° | 0,9903 |
| 9° | 0,9877 |
| 10° | 0,9848 |
| 11° | 0,9816 |
| 12° | 0,9781 |
| 13° | 0,9744 |
| 14° | 0,9703 |
| 15° | 0,9659 |
| 16° | 0,9613 |
| 17° | 0,9563 |
| 18° | 0,9511 |
| 19° | 0,9455 |
| 20° | 0,9397 |
| 21° | 0,9336 |
| 22° | 0,9272 |
| 23° | 0,9205 |
| 24° | 0,9135 |
| 25° | 0,9063 |
| 26° | 0,8988 |
| 27° | 0,8910 |
| 28° | 0,8829 |
| 29° | 0,8746 |
| 30° | 0,8660 |

| Angolo x | cos x |
|----------|--------|
| 31° | 0,8572 |
| 32° | 0,8480 |
| 33° | 0,8387 |
| 34° | 0,8290 |
| 35° | 0,8192 |
| 36° | 0,8090 |
| 37° | 0,7986 |
| 38° | 0,7880 |
| 39° | 0,7771 |
| 40° | 0,7660 |
| 41° | 0,7547 |
| 42° | 0,7431 |
| 43° | 0,7314 |
| 44° | 0,7193 |
| 45° | 0,7071 |
| 46° | 0,6947 |
| 47° | 0,6820 |
| 48° | 0,6691 |
| 49° | 0,6561 |
| 50° | 0,6428 |
| 51° | 0,6293 |
| 52° | 0,6157 |
| 53° | 0,6018 |
| 54° | 0,5878 |
| 55° | 0,5736 |
| 56° | 0,5592 |
| 57° | 0,5446 |
| 58° | 0,5299 |
| 59° | 0,5150 |
| 60° | 0,5000 |

| Angolo x | cos x |
|----------|--------|
| 61° | 0,4848 |
| 62° | 0,4695 |
| 63° | 0,4540 |
| 64° | 0,4384 |
| 65° | 0,4226 |
| 66° | 0,4067 |
| 67° | 0,3907 |
| 68° | 0,3746 |
| 69° | 0,3584 |
| 70° | 0,3420 |
| 71° | 0,3256 |
| 72° | 0,3090 |
| 73° | 0,2924 |
| 74° | 0,2756 |
| 75° | 0,2588 |
| 76° | 0,2419 |
| 77° | 0,2250 |
| 78° | 0,2079 |
| 79° | 0,1908 |
| 80° | 0,1736 |
| 81° | 0,1564 |
| 82° | 0,1392 |
| 83° | 0,1219 |
| 84° | 0,1045 |
| 85° | 0,0872 |
| 86° | 0,0698 |
| 87° | 0,0523 |
| 88° | 0,0349 |
| 89° | 0,0175 |
| 90° | 0,0000 |

La distanza dall'asse di un punto a latitudine x (indichiamola con r_{pLat} , raggio del parallelo a quella latitudine) sarà data quindi dal prodotto fra $cos x$ e r_m :

$$r_{pLat} = r_m \cdot \cos x.$$

Ad esempio per un punto a lat = 10° si avrà:

$$r_{p10^\circ} = 6371 \text{ km} \cdot \cos 10^\circ = 6371 \text{ km} \cdot 0,9848 = 6274 \text{ km}$$

e poi:

$$r_{p30^\circ} = 6371 \text{ km} \cdot \cos 30^\circ = 6371 \text{ km} \cdot 0,8660 = 5517 \text{ km}$$

$$r_{p60^\circ} = 6371 \text{ km} \cdot \cos 60^\circ = 6371 \text{ km} \cdot 0,5000 = 3185,5 \text{ km}$$

e ovviamente:

$$r_{p90^\circ} = 6371 \text{ km} \cdot \cos 90^\circ = 6371 \text{ km} \cdot 0,0000 = 0,0000 \text{ km}$$

Ora è il momento di ottenere il valore della circonferenza corrispondente al parallelo che ci interessa, che è poi lo spazio percorso in un giorno a quella latitudine (scegliamo per esempio $\text{lat} = 30^\circ$):

$$s = 2\pi r_{p30^\circ} = 2\pi \cdot 5517 \text{ km} = 34664 \text{ km}$$

Il tempo di rotazione deve ora essere espresso con l'unità di misura ufficiale, il secondo; pertanto:

$$\begin{aligned} t = d_{\text{sid}} &= 23 \text{ h} + 56 \text{ primi} + 4 \text{ secondi} = (23 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s/h}) + (56 \text{ primi} \cdot 60 \text{ s/primo}) + 4 \text{ s} = \\ &= 82800 \text{ s} + 3360 \text{ s} + 4 \text{ s} = 86164 \text{ s} \end{aligned}$$

La velocità di rotazione alla latitudine di 30° sarà quindi:

$$v_{30^\circ} = 34664 \text{ km} / 86164 \text{ s} = 0,402 \text{ km/s} = 402 \text{ m/s}$$

se vogliamo esprimerlo in km/h, poiché in 1 h ho 3600 s, devo moltiplicare il valore ottenuto in precedenza per 3600:

$$v_{30^\circ} = 0,402 \text{ km/s} \cdot 3600 \text{ s/h} = 1447 \text{ km/h}$$

In sintesi:

per calcolare la velocità sulla superficie della Terra a una data latitudine (v_{Lat}) possiamo scrivere la seguente formula generale:

$$v_{\text{Lat}} = 2\pi r_{p\text{Lat}} / d_{\text{sid}}$$

in cui per $2\pi r_{p\text{Lat}}$ si intende la lunghezza del parallelo alla data latitudine Lat e per d_{sid} la durata del giorno sidereo.